MODELOS DE EXÁMENES

Pruebas de acceso a la universidad

Matemáticas II ACS

Universidad Complutense (Madrid)

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS **(LOGSE)**

Curso **2006-2007**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Instrucciones: El examen presenta dos opciones A y B; el alumno deberá elegir una de ellas y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
Tiempo: Una hora y treinta minutos.
Calificación: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & 2y & + & z & = & 0 \\ 3x & + & 2y & - & 2z & = & 3 \\ 2x & + & 2y & + & az & = & 8 \end{array}\right.$$

(a) Discutir el sistema para los distintos valores de a.

(b) Resolver el sistema para $a = 4$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dada la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{x+3}$$

(a) Determinar las asíntotas de la función.

(b) Calcular sus máximos y mínimos y determinar sus intervalos de crecimiento.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Según cierto estudio, el 40% de los hogares europeos tiene contratado el acceso a internet, el 33% tiene contratada la televisión por cable, y el 20% disponen de ambos servicios. Se selecciona un hogar europeo al azar.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo tenga contratada la televisión por cable?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga contratado ninguno de los dos servicios?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La edad a la que contraen matrimonio los hombres de la Isla Barataria es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de media 35 años y desviación típica de 5 años. Se elige aleatoriamente una muestra de 100 hombres de dicha isla. Sea $\overline{X}$ la media muestral de la edad de casamiento.

(a) ¿Cuáles son la media y la varianza de $\overline{X}$?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que la edad media de casamiento de la muestra esté comprendida entre 36 y 37 años?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 de titanio y 1 de aluminio, mientras que para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 de titanio y 1 de aluminio. El beneficio que se obtiene por 100 metros de cable de tipo A es de 1500 euros, y por 100 metros de cable de tipo B, 1000 euros.

Calcular los metros de cable de cada tipo que hay que fabricar para maximizar el beneficio de la empresa. Obtener dicho beneficio máximo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Representar gráficamente la región acotada limitada por las gráficas de las funciones

$$f(x) = \frac{5}{4}x^2 \quad , \quad g(x) = \frac{1}{2}(5x + 20) \quad , \quad h(x) = \frac{1}{2}(-5x + 20)$$

y obtener su área.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Los pianistas de Isla Sordina se forman en tres conservatorios, C1, C2 y C3, que forman al 40%, 35% y 25% de los pianistas, respectivamente. Los porcentajes de pianistas virtuosos que producen estos conservatorios son del 5%, 3% y 4%, respectivamente. Se selecciona un pianista al azar.

(a) Calcular la probabilidad de que sea virtuoso.

(b) El pianista resulta ser virtuoso. Calcular la probabilidad de que se haya formado en el primer conservatorio (C1).

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de las rosas conservadas en agua en un jarrón es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 10 horas. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 rosas y se obtienen las siguientes duraciones (en horas):

57, 49, 70, 40, 45, 44, 49, 32, 55, 45

Hallar un intervalo de confianza al 95% para la duración media de las rosas.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)
Curso 2006-2007
MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Instrucciones: El examen presenta dos opciones A y B; el alumno deberá elegir una de ellas y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
Tiempo: Una hora y treinta minutos.
Calificación: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dado el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & ay & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & az & = & 2 \\ x & + & y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$$

(a) Discutir el sistema para los distintos valores de a.

(b) Resolver el sistema para $a = 3$ y $a = 1$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dada la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - 3x + 2}$$

(a) Especificar su dominio de definición.

(b) Estudiar su continuidad.

(c) Calcular sus asíntotas, si las hubiera.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

En el departamento de lácteos de un supermercado se encuentran mezclados y a la venta 100 yogures de la marca A, 60 de la marca B y 40 de la marca C. La probabilidad de que un yogur esté caducado es 0,01 para la marca A; $0,02$ para la marca B y 0,03 para la marca C. Un comprador elige un yogur al azar.

(a) Calcular la probabilidad de que el yogur esté caducado.

(b) Sabiendo que el yogur elegido está caducado, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca B?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que la recaudación diaria de los comercios de un barrio determinado es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de desviación típica 328 euros. Se ha extraído una muestra de 100 comercios de dicho barrio, obteniéndose que la recaudación diaria media asciende a 1248 euros. Calcular:

(a) El intervalo de confianza para la recaudación diaria media con un nivel de confianza del 99%.

(b) El tamaño muestral mínimo necesario para conseguir, con un nivel de confianza del 95%, un error en la estimación de la recaudación diaria media menor de 127 euros.

OPCIÓN **B**

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Una aerolínea quiere optimizar el número de filas de clase preferente y de clase turista en un avión. La longitud útil del avión para instalar las filas de asientos es de 104 m, necesitándose 2 m para instalar una fila de clase preferente y 1,5 m para las de clase turista. La aerolínea precisa instalar al menos 3 filas de clase preferente y que las filas de clase turista sean como mínimo el triple que las de clase preferente. Los beneficios por fila de clase turista son de 152 euros y de 206 euros para la clase preferente.

¿Cuántas filas de clase preferente y cuántas de clase turista se deben instalar para obtener el beneficio máximo? Indicar dicho beneficio.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

La gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ satisface las siguientes propiedades:

- Pasa por el punto $(0, 0)$.
- Tiene un máximo local en el punto $(1, 2)$.

Se pide:

(a) Obtener el valor de los coeficientes a, b y c.

(b) Hallar el área de la región acotada del plano limitada por la gráfica de la función $g(x) = -x^3 + 3x$, el eje OX y la recta $x = 1$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que:

$$P(A) = \frac{3}{4} \ , \ P(B) = \frac{1}{2} \ , \ P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{20}$$

Calcular:

$$P(A \cup B) \ , \ P(A \cap B) \ , \ P(\overline{A}|B) \ , \ P(\overline{B}|A).$$

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo invertido en cenar por cada cliente de una cadena de restaurantes es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal con desviación típica de 32 minutos. Se quiere estimar la media de dicho tiempo con un error no superior a 10 minutos, y con un nivel de confianza del 95%.

Determinar el tamaño mínimo muestral necesario para poder llevar a cabo dicha estimación.

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Un agricultor tiene repartidas sus 10 hectáreas de terreno en barbecho, cultivo de trigo y cultivo de cebada. La superficie dedicada al trigo ocupa 2 hectáreas más que la dedicada a la cebada, mientras que en barbecho tiene 6 hectáreas menos que la superficie total dedicada al cultivo de trigo y cebada. ¿Cuántas hectáreas tiene dedicadas a cada uno de los cultivos y cuántas están en barbecho?

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Calcúlese el área de la región plana acotada limitada por las gráficas de las funciones reales de variable real:

$$f(x) = x^2 - x \qquad ; \qquad g(x) = 1 - x^2.$$

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
En un juego consistente en lanzar dos monedas indistinguibles y equilibradas y un dado de seis caras equilibrado, un jugador gana si obtiene dos caras y un número par en el dado, o bien exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco en el dado.
a) Calcúlese la probabilidad de que un jugador gane.
b) Se sabe que una persona ha ganado. ¿Cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
El tiempo en minutos dedicado cada día a escuchar música por los estudiantes de secundaria de una cierta ciudad se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 15 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 estudiantes y se obtienen los siguientes tiempos (en minutos):

$$91 \;;\; 68 \;;\; 39 \;;\; 82 \;;\; 55 \;;\; 70 \;;\; 72 \;;\; 62 \;;\; 54 \;;\; 67$$

a) Determínese un intervalo de confianza al 90% para el tiempo medio diario dedicado a escuchar música por un estudiante.
b) Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para conseguir una estimación de la media del tiempo diario dedicado a escuchar música con un error menor que 5 minutos, con un nivel de confianza del 95%.

OPCIÓN **B**

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Un distribuidor de aceite de oliva compra la materia prima a dos almazaras, A y B. Las almazaras A y B venden el aceite a 2000 y 3000 euros por tonelada, respectivamente. Cada almazara le vende un mínimo de 2 toneladas y un máximo de 7 y para atender a su demanda, el distribuidor debe comprar en total un mínimo de 6 toneladas. El distribuidor debe comprar como máximo a la almazara A el doble de aceite que a la almazara B. ¿Qué cantidad de aceite debe comprar el distribuidor a cada una de las almazaras para obtener el mínimo coste? Determínese dicho coste mínimo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x} \quad , \quad x \neq 0.$$

a) Determínense las asíntotas de f.
b) Calcúlense sus máximos y mínimos relativos y determínense sus intervalos de crecimiento.
c) Calcúlese la integral definida $\int_1^2 f(x)\,dx$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se consideran dos sucesos A y B de un experimento aleatorio, tales que:

$$P(A) = \frac{1}{4} \quad , \quad P(B) = \frac{1}{3} \quad , \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}.$$

a) ¿Son A y B sucesos independientes? Razónese.
b) Calcúlese $P(\bar{A}|\bar{B})$.
Nota.– La notación $\bar{A}$ representa al suceso complementario de A.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
El rendimiento por hectárea de las plantaciones de trigo en una cierta región, se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 1 tonelada por hectárea. Se ha tomado una muestra aleatoria simple de 64 parcelas con una superficie igual a 1 hectárea cada una, obteniéndose un rendimiento medio de 6 toneladas.
a) ¿Puede asegurarse que el error de estimación del rendimiento medio por hectárea es menor que 0,5 toneladas, con un nivel de confianza del 98%? Razónese.
b) ¿Qué tamaño muestral mínimo ha de tomarse para que el error en la estimación sea menor que 0,5 toneladas con un nivel de confianza del 95%?

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Una empresa instala casas prefabricadas de tres tipos A, B y C. Cada casa de tipo A necesita 10 horas de albañilería, 2 de fontanería y 2 de electricista. Cada casa de tipo B necesita 15 horas de albañilería, 4 de fontanería y 3 de electricista. Cada casa de tipo C necesita 20 horas de albañilería, 6 de fontanería y 5 de electricista. La empresa emplea exactamente 270 horas de trabajo al mes de albañilería, 68 de fontanería y 58 de electricista. ¿Cuántas casas de cada tipo instala la empresa en un mes?

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se desea fabricar un acuario con base cuadrada y sin tapa, de capacidad 500 dm^3. La base y las paredes del acuario han de estar realizadas en cristal. ¿Cuáles deben ser sus medidas para minimizar la superficie total del cristal empleado?

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se consideran dos actividades de ocio: $A =$ ver televisión y $B =$ visitar centros comerciales. En una ciudad, la probabilidad de que un adulto practique A es igual a 0,46; la probabilidad de que practique B es igual a 0,33 y la probabilidad de que practique A y B es igual a 0,15.
a) Se selecciona al azar un adulto de dicha ciudad. ¿Cuál es la probabilidad de que no practique ninguna de las dos actividades anteriores?
b) Se elige al azar un individuo de entre los que practican alguna de las dos actividades. ¿Cuál es la probabilidad de que practique las dos actividades?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que la calificación en Matemáticas obtenida por los alumnos de una cierta clase es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 1,5 puntos. Se elige una muestra aleatoria simple de tamaño 10 y se obtiene una suma de sus calificaciones igual a 59,5 puntos.
a) Determínese un intervalo de confianza al 95% para la calificación media de la clase.
b) ¿Qué tamaño ha de tener la muestra para que el error máximo de la estimación sea de 0,5 puntos, con el nivel de confianza del 95%?

OPCIÓN **B**

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se desea invertir una cantidad de dinero menor o igual que 125000 euros, distribuidos entre acciones del tipo A y del tipo B. Las acciones del tipo A garantizan una ganancia del 10% anual, siendo obligatorio invertir en ellas un mínimo de 30000 euros y un máximo de 81000 euros. Las acciones del tipo B garantizan una ganancia del 5% anual, siendo obligatorio invertir en ellas un mínimo de 25000 euros. La cantidad invertida en acciones del tipo B no puede superar el triple de la cantidad invertida en acciones del tipo A. ¿Cuál debe ser la distribución de la inversión para maximizar la ganancia anual? Determínese dicha ganancia máxima.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-4} \quad , \quad x \neq \pm 2.$$

a) Determínense las asíntotas de f.
b) Calcúlense los máximos y mínimos relativos de f y determínense sus intervalos de crecimiento.
c) Calcúlese la integral definida: $\int_3^5 (x^2-4)f(x)\,dx$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que las señales que emite un determinado telégrafo son *punto* y *raya* y que el telégrafo envía un *punto* con probabilidad $\frac{3}{7}$ y una *raya* con probabilidad $\frac{4}{7}$. Los errores en la transmisión pueden hacer que cuando se envíe un *punto* se reciba una *raya* con probabilidad $\frac{1}{4}$ y que cuando se envíe una *raya* se reciba un *punto* con probabilidad $\frac{1}{3}$.
a) Si se recibe una *raya*, ¿cuál es la probabilidad de que se hubiera enviado realmente una *raya*?
b) Suponiendo que las señales se envían con independencia, ¿cuál es la probabilidad de que si se recibe *punto-punto* se hubiera enviado *raya-raya*?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
La duración de la vida de una determinada especie de tortuga se supone que es una variable aleatoria, con distribución normal de desviación típica igual a 10 años. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 tortugas y se obtienen las siguientes duraciones, en años:

46 ; 38 ; 59 ; 29 ; 34 ; 32 ; 38 ; 21 ; 44 ; 34

a) Determínese un intervalo de confianza al 95% para la vida media de dicha especie de tortugas.
b) ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra observada para que el error de la estimación de la vida media no sea superior a 5 años, con un nivel de confianza del 90%?

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)
Curso **2008-2009**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k:

$$\begin{cases} x+y+kz &= 4 \\ 2x-y+2z &= 5 \\ -x+3y-z &= 0 \end{cases}$$

a) Discútase el sistema según los diferentes valores del parámetro k.
b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
c) Resuélvase el sistema para $k=0$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = (x^2-1)^2.$$

a) Determínense los extremos relativos de f.
b) Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=3$.
c) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se consideran tres sucesos A, B, C de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A)=\frac{1}{2}\,;\ P(B)=\frac{1}{3}\,;\ P(C)=\frac{1}{4}\,;\ P(A\cup B\cup C)=\frac{2}{3}\,;\ P(A\cap B\cap C)=0\,;\ P(A|B)=P(C|A)=\frac{1}{2}.$$

a) Calcúlese $P(C\cap B)$.
b) Calcúlese $P(\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C})$. La notación $\overline{A}$ representa al suceso complementario de A.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el gasto mensual dedicado al ocio por una familia de un determinado país se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 55 euros. Se ha elegido una muestra aleatoria simple de 81 familias, obteniéndose un gasto medio de 320 euros.

a) ¿Se puede asegurar que el valor absoluto del error de la estimación del gasto medio por familia mediante la media de la muestra es menor que 10 euros con un grado de confianza del 95%? Razónese la respuesta.
b) ¿Cuál es el tamaño muestral mínimo que debe tomarse para poder asegurarlo?

OPCIÓN **B**

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Una refinería utiliza dos tipos de petróleo, A y B, que compra a un precio de 350 euros y 400 euros por tonelada, respectivamente. Por cada tonelada de petróleo de tipo A que refina, obtiene 0,10 toneladas de gasolina y 0,35 toneladas de fuel-oil. Por cada tonelada de petróleo de tipo B que refina, obtiene 0,05 toneladas de gasolina y 0,55 toneladas de fuel-oil. Para cubrir sus necesidades necesita obtener al menos 10 toneladas de gasolina y al menos 50 toneladas de fuel-oil. Por cuestiones de capacidad, no puede comprar más de 100 toneladas de cada tipo de petróleo. ¿Cuántas toneladas de petróleo de cada tipo debe comprar la refinería para cubrir sus necesidades a mínimo coste? Determinar dicho coste mínimo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{2x-1}{x^2-x-a}.$$

a) Determínense las asíntotas de f, especificando los valores del parámetro real a para los cuales f tiene una asíntota vertical, dos asíntotas verticales, o bien no tiene asíntotas verticales.
b) Para $a = -1$, calcúlense los valores reales de b para los cuales se verifica que $\int_0^b f(x)\,dx = 0$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Para la construcción de un luminoso de feria se dispone de un contenedor con 200 bombillas blancas, 120 bombillas azules y 80 bombillas rojas. La probabilidad de que una bombilla del contenedor no funcione es igual a $0,01$ si la bombilla es blanca, es igual a $0,02$ si la bombilla es azul e igual a $0,03$ si la bombilla es roja. Se elige al azar una bombilla del contenedor.
a) Calcúlese la probabilidad de que la bombilla elegida no funcione.
b) Sabiendo que la bombilla elegida no funciona, calcúlese la probabilidad de que dicha bombilla sea azul.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que la cantidad de agua (en litros) recogida cada día en una estación meteorológica se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 2 litros. Se elige una muestra aleatoria simple y se obtienen las siguientes cantidades de agua recogidas cada día (en litros):

$$9,1 \;;\; 4,9 \;;\; 7,3 \;;\; 2,8 \;;\; 5,5 \;;\; 6,0 \;;\; 3,7 \;;\; 8,6 \;;\; 4,5 \;;\; 7,6$$

a) Determínese un intervalo de confianza para la cantidad media de agua recogida cada día en dicha estación, con un grado de confianza del 95%.
b) Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para que al estimar la media del agua recogida cada día en la estación meteorológica mediante la media de dicha muestra, la diferencia en valor absoluto entre ambos valores sea inferior a 1 litro, con un grado de confianza del 98%.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS **(LOGSE)**

Curso **2008-2009**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN **A**

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Una carpintería vende paneles de contrachapado de dos tipos A y B. Cada m^2 de panel del tipo A requiere $0,3$ horas de trabajo para su fabricación y $0,2$ horas para su barnizado, proporcionando su venta un beneficio de 4 euros. Cada m^2 de panel del tipo B requiere $0,2$ horas de trabajo para su fabricación y $0,2$ horas para su barnizado, proporcionando su venta un beneficio de 3 euros. Sabiendo que en una semana se trabaja un máximo de 240 horas en el taller de fabricación y de 200 horas en el taller de barnizado, calcular los m^2 de cada tipo de panel que debe vender semanalmente la carpintería para obtener el máximo beneficio. Calcular dicho beneficio máximo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+24 & \text{si} \quad x \leq -3 \\ x^2+9 & \text{si} \quad -3 < x \leq 2 \\ -x+15 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

a) Represéntese gráficamente la función f.
b) Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
c) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
En un cierto banco el 30% de los créditos concedidos son para vivienda, el 50% se destinan a empresas y el 20% son para consumo. Se sabe además que de los créditos concedidos a vivienda, el 10% resultan impagados, de los créditos concedidos a empresas son impagados el 20% y de los créditos concedidos para consumo resultan impagados el 10%.
a) Calcúlese la probabilidad de que un crédito elegido al azar sea pagado.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un crédito elegido al azar se haya destinado a consumo, sabiendo que se ha pagado?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el tiempo de una conversación en un teléfono móvil se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a $1,32$ minutos. Se desea estimar la media del tiempo de las conversaciones mantenidas con un error inferior o igual en valor absoluto a $0,5$ minutos y con un grado de confianza del 95%.
a) Calcúlese el tamaño mínimo de la muestra que es necesario observar para llevar a cabo dicha estimación mediante la media muestral.
b) Si se supone que la media del tiempo de las conversaciones es de $4,36$ minutos y se elige una muestra aleatoria simple de 16 usuarios, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de las conversaciones de la muestra esté comprendido entre 4 y 5 minutos?

OPCIÓN **B**

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x+y+z & = & 3 \\ x+ky+z & = & 3 \\ kx-3z & = & 6 \end{array} \right.$$

a) Discútase el sistema según los diferentes valores de k.
b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
c) Resuélvase el sistema para $k=3$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
El beneficio semanal (en miles de euros) que obtiene una central lechera por la producción de leche desnatada está determinado por la función:

$$B(x) = -x^2 + 7x - 10$$

en la que x representa los hectolitros de leche desnatada producidos en una semana.
a) Represéntese gráficamente la función $B(x)$ con $x \geq 0$.
b) Calcúlense los hectolitros de leche desnatada que debe producir cada semana la central lechera para maximizar su beneficio. Calcúlese dicho beneficio máximo.
c) Calcúlense las cantidades mínima y máxima de hectolitros de leche desnatada que debe producir la central lechera cada semana para no incurrir en pérdidas (es decir, beneficio negativo).

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
La probabilidad de que a un habitante de un cierto pueblo de la Comunidad de Madrid le guste la música moderna es igual a 0,55; la probabilidad de que le guste la música clásica es igual a 0,40 y la probabilidad de que no le guste ninguna de las dos es igual a 0,25. Se elige al azar un habitante de dicho pueblo. Calcúlese la probabilidad de que le guste:
a) al menos uno de los dos tipos de música.
b) la música clásica y también la música moderna.
c) sólo la música clásica.
d) sólo la música moderna.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que la estancia (en días) de un paciente en un cierto hospital se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 9 días. De una muestra aleatoria simple formada por 20 pacientes, se ha obtenido una media muestral igual a 8 días.
a) Determínese un intervalo de confianza del 95% para la estancia media de un paciente en dicho hospital.
b) ¿Cuál debe ser el tamaño muestral mínimo que ha de observarse para que dicho intervalo de confianza tenga una longitud total inferior o igual a 4 días?

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOE)

CURSO 2009-10

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
EXAMEN MODELO

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+ky+z & = & 1 \\ 2y+kz & = & 2 \\ x+y+z & = & 1 \end{array}\right.$$

a) Discútase el sistema para los diferentes valores de k.
b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
c) Resuélvase el sistema para $k = 3$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la curva de ecuación cartesiana:

$$y = x^2.$$

a) Calcúlense las coordenadas del punto en el que la recta tangente a la curva propuesta es paralela a la bisectriz del primer cuadrante.
b) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por las gráficas de la curva propuesta, la recta tangente a dicha curva en el punto $P(1,1)$ y el eje OX.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Según cierto estudio, el 40% de los hogares europeos tiene contratado el acceso a Internet, el 33% tiene contratada la televisión por cable, y el 20% dispone de ambos servicios. Se selecciona al azar un hogar europeo.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo tenga contratada la televisión por cable?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga contratado ninguno de los dos servicios?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que la duración de una bombilla fabricada por una cierta empresa se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media 900 horas y desviación típica 80 horas. La empresa vende 1000 lotes de 100 bombillas cada uno. ¿En cuantos lotes puede esperarse que la duración media de las bombillas que componen el lote sobrepase 910 horas?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 kg de titanio y 1 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 kg de titanio y 1 kg de aluminio. El beneficio que obtiene la empresa por cada 100 metros de cable de tipo A fabricados es igual a 1500 euros, y por cada 100 metros de cable de tipo B es igual a 1000 euros. Calcúlense los metros de cable de cada tipo que han de fabricarse para maximizar el beneficio y determínese dicho beneficio máximo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + c \qquad ; \qquad a, b, c \in \mathbf{R}.$$

a) ¿Qué valores deben tomar a, b y c para que la gráfica de f pase por el punto $O(0,0)$ y además tenga un máximo relativo en el punto $P(1,2)$?
b) Para $a = 1$, $b = -2$, $c = 0$, determínense los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas.
c) Para $a = 1$, $b = -2$, $c = 0$, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que:

$$P(A) = \frac{3}{4} \quad ; \quad P(B) = \frac{1}{2} \quad ; \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{20}.$$

Calcúlese:

a) $P(A \cup B)$ b) $P(A \cap B)$
c) $P(\overline{A}|B)$ d) $P(\overline{B}|A)$.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
La temperatura corporal de una especie de aves se puede aproximar mediante una variable aleatoria con distribución normal de media $40,5^oC$ y desviación típica $4,9^oC$. Se elige una muestra aleatoria simple de 100 aves de esa especie. Sea $\overline{X}$ la media muestral de las temperaturas observadas.
a) ¿Cuáles son la media y la varianza de $\overline{X}$?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura media de dicha muestra esté comprendida entre $39,9^oC$ y $41,1^oC$?

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2009-2010**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función $f(x,y) = -0,4x + 3,2y$

sujeta a las restricciones: $\begin{cases} x + y \leq 7 \\ x + 4y \geq 4 \\ x + 5 \geq y \\ 0 \leq x \leq 5 \quad , \quad y \geq 0 \end{cases}$

a) Represéntese la región S del plano determinada por el conjunto de restricciones.
b) Calcúlense los puntos de la región S donde la función f alcanza sus valores máximo y mínimo.
c) Calcúlense dichos valores máximo y mínimo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el rectángulo (R) de vértices $BOAC$ con $B(0,b)$, $O(0,0)$, $A(a,0)$, $C(a,b)$, $a > 0$, $b > 0$, y cuyo vértice C está situado en la parábola de ecuación $y = -x^2 + 12$.
a) Para $a = 3$, determínense las coordenadas de los vértices de (R) y calcúlese el área de (R).
b) Determínense las coordenadas de los vértices de (R) de manera que el área de (R) sea máxima.
c) Calcúlese el valor de dicha área máxima.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Una bolsa contiene diez monedas equilibradas. Cinco de dichas monedas tienen cara y cruz, otras tres son monedas con dos caras y las dos restantes son monedas con dos cruces. Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza.
a) Calcúlese la probabilidad de que salga cara en dicho lanzamiento.
b) Si en el lanzamiento ha salido cara, ¿cuál es la probabilidad de que la moneda elegida tenga cara y cruz?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el peso en kilos de los rollos de cable eléctrico producidos por una cierta empresa, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 0,5 kg. Una muestra aleatoria simple de 9 rollos ha dado un peso medio de 10,3 kg.
a) Determínese un intervalo de confianza al 90% para el peso medio de los rollos de cable que produce dicha empresa.
b) ¿Cuál debe ser el tamaño muestral mínimo necesario para que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media poblacional sea menor o igual que 0,2 kg, con probabilidad igual a 0,98?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x - y + kz & = & 1 \\ 2x - ky + z & = & 2 \\ x - y - z & = & k - 1 \end{array}\right.$$

a) Discútase el sistema según los diferentes valores de k.
b) Resuélvase el sistema para el valor de k para el cual el sistema tiene infinitas soluciones.
c) Resuélvase el sistema para $k = 3$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \left\{\begin{array}{ccc} x + 4 & \text{si} & x < 0 \\ 4 - x^2 & \text{si} & 0 \leq x \leq 2 \\ ax + b & \text{si} & x > 2 \end{array}\right.$$

a) Calcúlense a, b, para que la función f sea continua y derivable en $x = 2$.
b) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto $x = 1$.
c) Para $a = 1$, $b = -2$, calcúlese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de f y el eje OX.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0,2$ y $P(B) = 0,4$.
a) Si A y B son mutuamente excluyentes, determínese $P(A \cap B)$. ¿Son además A y B independientes? Razónese.
b) Si A y B son independientes, calcúlese $P(A \cap B)$. ¿Son A y B además mutuamente excluyentes? Razónese.
c) Si $P(A|B) = 0$, calcúlese $P(A \cap B)$. ¿Son A y B mutuamente excluyentes? ¿Son A y B independientes? Razónese.
d) Si $A \subset B$, calcúlese $P(A \cap B)$. ¿Son A y B independientes? Razónese.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el precio de un kilo de patatas en una cierta región se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 10 céntimos de euro. Una muestra aleatoria simple de tamaño 256 proporciona un precio medio del kilo de patatas igual a 19 céntimos de euro.
a) Determínese un intervalo de confianza del 95% para el precio medio de un kilo de patatas en la región.
b) Se desea aumentar el nivel de confianza al 99% sin aumentar el error de la estimación. ¿Cuál debe ser el tamaño muestral mínimo que ha de observarse?

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2009-2010**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Un club de fútbol dispone de un máximo de 2 millones de euros para fichajes de futbolistas españoles y extranjeros. Se estima que el importe total de las camisetas vendidas por el club con el nombre de futbolistas españoles es igual al 10% de la cantidad total invertida por el club en fichajes de españoles, mientras que el importe total de las camisetas vendidas con el nombre de futbolistas extranjeros es igual al 15% de la cantidad total invertida por el club en fichajes de extranjeros. Los estatutos del club limitan a un máximo de 800.000 euros la inversión total en fichajes extranjeros y exigen que la cantidad total invertida en fichajes de futbolistas españoles sea como mínimo de 500.000 euros. Además, la cantidad total invertida en fichajes de españoles ha de ser mayor o igual que la invertida en fichajes extranjeros. ¿Qué cantidad debe invertir el club en cada tipo de fichajes para que el importe de las camisetas vendidas sea máximo? Calcúlese dicho importe máximo. Justifíquese.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$.

a) Determínense sus asíntotas.
b) Calcúlense sus máximos y mínimos locales. Esbócese la gráfica de f.
c) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por las rectas verticales $x = 2$, $x = 3$, la gráfica de la función f y la recta de ecuación $y = x + 1$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,4$; $P(A \cap B) = 0,1$. Calcúlense cada una de las siguientes probabilidades:

a) $P(A \cup B)$; b) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$; c) $P(A|B)$; d) $P(\overline{A} \cap B)$.

Nota.– $\overline{A}$ representa al suceso complementario de A

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el tiempo de vida útil en miles de horas (Mh) de un cierto modelo de televisor, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 0,5 Mh. Para una muestra aleatoria simple de 4 televisores de dicho modelo, se obtiene una media muestral de 19,84 Mh de vida útil.

a) Hállese un intervalo de confianza al 95% para el tiempo de vida útil medio de los televisores de dicho modelo.
b) Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para que el valor absoluto del error de la estimación de la media poblacional mediante la media muestral sea inferior a 0,2 Mh con probabilidad mayor o igual que 0,95.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k:

$$\left\{\begin{array}{rcl} kx - 2y + 7z & = & 8 \\ x - y + kz & = & 2 \\ -x + y + z & = & 2 \end{array}\right.$$

a) Discútase el sistema según los diferentes valores de k.
b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
c) Resuélvase el sistema para $k = 0$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \left\{\begin{array}{lll} -x^2 - x + a & \text{si} & x \leq 1 \\ \dfrac{3}{bx} & \text{si} & x > 1 \end{array}\right.$$

a) Calcúlense los valores de a, b, para que f sea continua y derivable en todos los puntos.
b) Para $a = 6$, $b = 3/4$, determínense los puntos de corte de la gráfica de f con el eje OX. Esbócese la gráfica de f.
c) Para $a = 6$, $b = 3/4$, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f, el eje OX y la recta vertical $x = 2$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se dispone de un dado equilibrado de seis caras, que se lanza seis veces con independencia. Calcúlese la probabilidad de cada uno de los sucesos siguientes:
a) Obtener al menos un seis en el total de los seis lanzamientos.
b) Obtener un seis en el primer y último lanzamientos y en los restantes lanzamientos un número distinto de seis.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el tiempo de espera de una llamada a una línea de atención al cliente de una cierta empresa se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 0,5 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de 100 llamadas y se obtiene un tiempo medio de espera igual a 6 minutos.
a) Determínese un intervalo de confianza del 95% para el tiempo medio de espera de una llamada a dicha línea de atención al cliente.
b) ¿Cuál debe ser el tamaño muestral mínimo que debe observarse para que dicho intervalo de confianza tenga una longitud total igual o inferior a 1 minuto?

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2009-2010**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 22 \\ 7a \end{pmatrix}.$$

a) Discútase el sistema para los diferentes valores del parámetro a.
b) Resuélvase el sistema para el valor de a para el cual el sistema tiene infinitas soluciones.
c) Resuélvase el sistema para $a = 0$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
El coste de un marco para una ventana rectangular es de 50 euros por cada metro de lado vertical y de 25 euros por cada metro de lado horizontal. Se desea construir una ventana de superficie igual a 2 m^2. Calcúlense sus dimensiones (largo y alto) para que el marco sea lo más barato posible. Calcúlese el precio mínimo del marco de dicha ventana.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se consideran tres sucesos A, B y C de un experimento aleatorio, tales que:

$$P(A|C) \geq P(B|C) \quad , \quad P(A|\overline{C}) \geq P(B|\overline{C}).$$

Razónese cuál de las siguientes desigualdades es siempre cierta:

$$\text{a) } P(A) < P(B) \quad ; \quad \text{b) } P(A) \geq P(B).$$

Nota.– $\overline{C}$ representa al suceso complementario de C.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se considera una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 320. Se toma una muestra aleatoria simple de 36 elementos.
a) Calcúlese la probabilidad de que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media de la distribución normal sea mayor o igual que 50.
b) Determínese un intervalo de confianza del 95% para la media de la distribución normal, si la media muestral es igual a 4820.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Un pintor necesita pintura para pintar como mínimo una superficie de 480 m^2. Puede comprar la pintura a dos proveedores, A y B. El proveedor A le ofrece una pintura con un rendimiento de 6 m^2 por kg y un precio de 1 euro por kg. La pintura del proveedor B tiene un precio de 1,2 euros por kg y un rendimiento de 8 m^2 por kg. Ningún proveedor le puede proporcionar más de 75 kg de pintura y el presupuesto máximo del pintor es de 120 euros. Calcúlese la cantidad de pintura que el pintor tiene que comprar a cada proveeedor para obtener el mínimo coste. Calcúlese dicho coste mínimo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - a & \text{si} \quad x \leq -1 \\ -3x^2 + b & \text{si} \quad -1 < x < 1 \\ \log x + a & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

a) Calcúlense a, b, para que la función f sea continua en todos los puntos.
b) Para $a = 0$, $b = 3$, represéntese gráficamente la función f.
c) Para $a = 0$, $b = 3$, calcúlese la integral definida $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.
Nota.– La notación log representa al logaritmo neperiano.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se consideran los siguientes sucesos:

- Suceso A: *La economía de un cierto país está en recesión.*
- Suceso B: *Un indicador económico muestra que la economía de dicho país está en recesión.*

Se sabe que

$$P(A) = 0,005 \quad ; \quad P(B|A) = 0,95 \quad ; \quad P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,96$$

a) Calcúlese la probabilidad de que el indicador económico muestre que la economía del país no está en recesión y además la economía del país esté en recesión.
b) Calcúlese la probabilidad de que el indicador económico muestre que la economía del país está en recesión.
Nota.– La notación $\overline{A}$ representa al suceso complementario de A.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Para estimar la media de una población con distribución normal de desviación típica igual a 5, se ha extraído una muestra aleatoria simple de tamaño 100, con la que se ha obtenido el intervalo de confianza $(173,42\ ;\ 175,56)$ para dicha media poblacional.
a) Calcúlese la media de la muestra seleccionada.
b) Calcúlese el nivel de confianza del intervalo obtenido.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

CURSO 2010-11

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
EXAMEN MODELO

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Un estudiante ha gastado un total de 48 euros en la compra de una mochila, un bolígrafo y un libro. Si el precio de la mochila se redujera a la sexta parte, el del bolígrafo a la tercera parte y el del libro a la séptima parte de sus respectivos precios iniciales, el estudiante pagaría un total de 8 euros por ellos. Calcular el precio de la mochila, del bolígrafo y del libro, sabiendo que la mochila cuesta lo mismo que el total del bolígrafo y el libro.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 6.$$

a) Calcúlense a, b para que la función f tenga un máximo relativo en $x = 1$ y un mínimo relativo en $x = 2$.
b) Para $a = b = 0$, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y la recta de ecuación $y = 8x - 6$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que la probabilidad de que ambos ocurran simultáneamente es igual a $\frac{1}{6}$ y la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos es igual a $\frac{7}{12}$. Se sabe además que $P(A|B) = \frac{1}{2}$.
a) Calcúlese la probabilidad de que ocurra A ó B.
b) Calcúlese la probabilidad de que ocurra A.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el nivel de glucosa en sangre de los individuos de una población (medido en miligramos por decilitro) se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica igual a 35 mg/dl. ¿Cuál es el tamaño muestral mínimo que permite garantizar que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y μ es menor que 20 mg/dl con una probabilidad mayor o igual que 0,98?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 \\ 0 & -6 & -1 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

a) Calcúlense los valores de a para los cuales la matriz A no tiene inversa.
b) Para $a = 2$, calcúlese la matriz inversa A^{-1}.
c) Para $a = 2$ calcúlese, si existe, la matriz X que satisface $AX = B$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Una empresa produce cable de fibra óptica, que vende a un precio de x euros por metro. Se estima que la venta diaria de cable (en miles de metros) se expresa en términos del precio mediante la función:

$$D(x) = \frac{6}{x^2 + 1}.$$

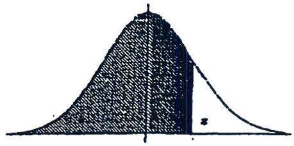
a) Obténgase la función $I(x)$ que determina los ingresos diarios de la empresa en función del precio x.
b) Calcúlese el precio x que ha de fijarse para que el ingreso diario sea máximo y calcúlese dicho ingreso máximo.
c) Determínense las asíntotas de $I(x)$ y esbócese la gráfica de la función $I(x)$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
En una cierta población, la probabilidad de que un habitante elegido al azar siga una dieta de adelgazamiento es igual a 0,2. Entre los habitantes que siguen dieta de adelgazamiento, la probabilidad de que uno de ellos elegido al azar practique deporte regularmente es igual a 0,6. Entre los habitantes que no siguen dieta de adelgazamiento, la probabilidad de que uno de ellos elegido al azar practique deporte regularmente es igual a 0,3. Se elige al azar un habitante de la población.
a) Calcúlese la probabilidad de que practique deporte regularmente.
b) Si se sabe que dicho habitante practica deporte regularmente, ¿cuál es la probabilidad de que esté siguiendo una dieta de adelgazamiento?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se considera una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica $\sigma = 2$. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 25 y se obtiene una media muestral igual a 12.
a) Determínese un intervalo de confianza al 90% para estimar la media de la variable aleatoria.
b) Determínese el tamaño mínimo que ha de tener la muestra para que el valor absoluto de la diferencia entre la media de la población y la media muestral sea menor o igual que 0,1 con un nivel de confianza de al menos el 95%.

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990